Rappel sur les fonctions – Exercices

Courbe représentative

1 Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3;3]$ par $f(x)=x^2-1$. Vrai ou faux ? Justifier.

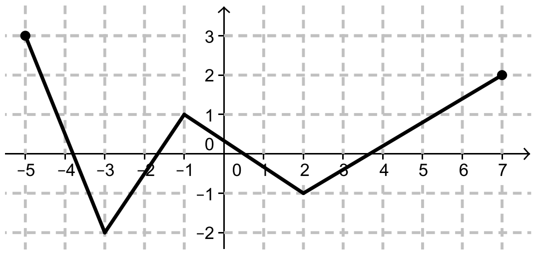
a. L'image de 3 par f est 8.
b. L'image de 4 par f est 15.
c. L'image de -1 par f est -2.
d. L'antécédent de 8 par f est 3.

2 On considère l'algorithme ci-contre. Donner toutes les bonnes réponses.

$a \leftarrow x+1$
$b \leftarrow a^2-4$
retourner b

1. Si l'utilisateur entre -1 pour x, le programme retourne
   a. 0 **b.** -4 **c.** -3
2. Si l'utilisateur entre 0 pour x, le programme retourne
   a. -3 **b.** 1 **c.** -4
3. Pour obtenir 0, on peut entrer
   a. -1 **b.** 1 **c.** -3
4. Une expression algébrique de la fonction ainsi définie est
   a. x^2-3 **b.** x^2+2x-3 **c.** $(x+1)^2-4$

3 On considère la fonction f dont la courbe est donnée ci-dessous. Indiquer la ou les bonnes réponses.

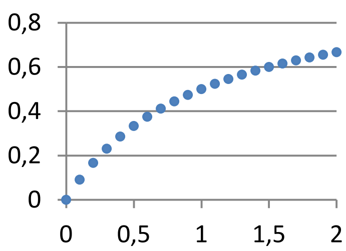


1. L'ensemble de définition de f est
   a. $[-2;3]$ **b.** $[-5;7]$ **c.** $[3;-2]$
2. L'image de 2 par f est
   a. 7 **b.** -1 **c.** $f(-1)$
3. Les antécédents de -1 par f sont
   a. au nombre de 3 **b.** au nombre de 4 **c.** négatifs

4 Les points $A(0;1)$; $B(-1;6)$ et $C(3;22)$ appartiennent-il à la courbe représentative de la fonction h définie sur $]-\infty;3[$ par $h(x)=3x^2-2x+1$?

5 À l'aide d'un tableur, on souhaite représenter la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0;2]$ par $f(x)=\frac{x}{x+1}$.

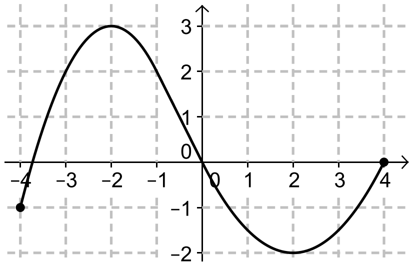
	A	B
1	x	f(x)
2	0	0
3	0,1	0,0909
4	0,2	0,1667
5	0,3	0,2308
6	0,4	0,2857
7	0,5	0,3333
⋮	⋮	⋮
	2	0,6667



1. La première colonne est remplie par les valeurs de x allant de 0 à 2. Quel pas a été choisi ? Compléter le numéro de la ligne dans laquelle se situe 2.
2. Quelle formule faut-il saisir en B2 ? Jusqu'où faut-il l'étendre ?
3. Quel nuage de points a été représenté pour obtenir le graphique ?

Variations et extrema

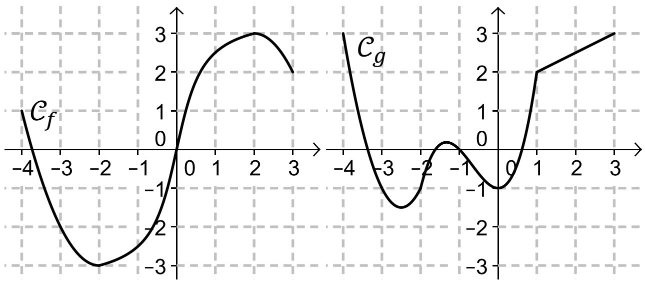
6 On considère une fonction f dont la courbe est donnée ci-dessous.



1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. Donner le minimum et le maximum de f sur $[-4;4]$ et préciser pour quelles valeurs ils sont atteints.

7 On a représenté ci-dessous deux fonctions f et g définies sur $[-4;3]$. Pour chacune d'entre elle

a. Construire le tableau de variations.
b. Décrire les variations en une phrase.
c. Préciser les extrema de f sur $[-4;3]$.



8 Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant.

x	-3		1		3		6
variations de f	1	↗	4	↘	-2	↗	0

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Donner 4 points appartenant à la courbe de f.
3. Tracer une courbe possible pour f.
4. Décrire en une phrase les variations de f.
5. Donner le minimum et le maximum de f et préciser pour quelles valeurs ils sont atteints sur
   a. l'intervalle $[-3;6]$ **b.** l'intervalle $[3;6]$

9 Le tableau de variation d'une fonction f est donné ci-dessous. On a complété avec quelques valeurs.

x	-5		-3		-1		1		2		4
f	2	↗	5	↘	0	↘	-4	↗	0	↗	3

1. Tracer une courbe possible pour f.
2. Combien 3 admet-il d'antécédents ?

10 À l'aide de la calculatrice, conjecturer les tableaux de variation des fonctions suivantes définies sur l'intervalle $[-4;4]$.

a. $f(x) = x + 3$ **b.** $g(x) = -2x + 3$
c. $h(x) = x^2 - 2x - 2$ **d.** $k(x) = x^3 - 3x^2$

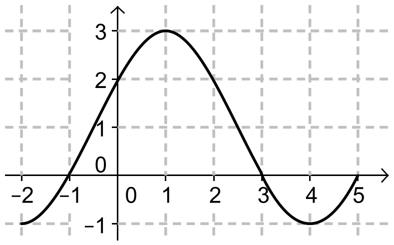
11 Calculer le taux de variations de …

1. la fonction $f(x) = 2x + 3$ entre 5 et 9
2. la fonction $f(x) = 2 - x^2$ entre -1 et 3
3. la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ entre 3 et 1
4. la fonction $f(x) = \frac{5}{x-2}$ entre 4 et $\frac{1}{3}$

12 Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 2x$.
Justifier précisément que f n'est pas croissante sur $[0;2]$.

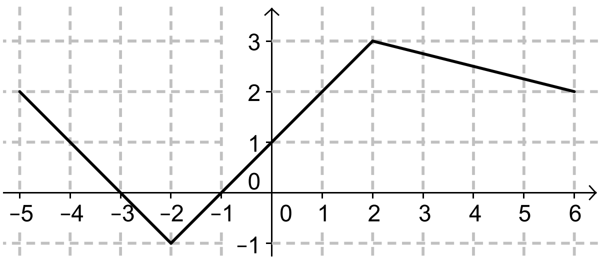
Résolution graphique d'(in)équations

13 Soit f la fonction définie sur $[-2;5]$ dont la courbe est donnée ci-dessous.
Résoudre graphiquement les inéquations suivantes.



a. $f(x) > 0$ **b.** $f(x) \geq 0$ **c.** $f(x) < 0$
d. $f(x) \leq 0$ **e.** $f(x) \geq 2$

14 On considère la fonction f définie sur $[-5;6]$ et dont la courbe représentative est la suivante.

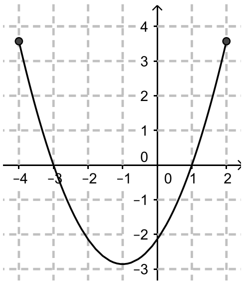


1. Résoudre les équations suivantes.
   a. $f(x) = 3$ **b.** $f(x) = 1$ **c.** $f(x) = 6$
2. Citer un réel ayant 3 antécédents ; préciser ses antécédents.
3. Citer les réels ayant un seul antécédent.
4. Résoudre les inéquations suivantes.
   a. $f(x) \leq 1$ **b.** $f(x) \geq 0$ **c.** $f(x) \geq 2$
   d. $f(x) < 3$ **e.** $f(x) \geq -1$ **f.** $f(x) > 0$

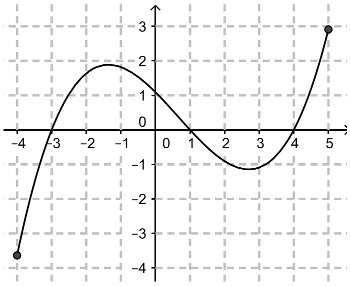
Signe d'une fonction

15 Dresser les tableaux de signe des fonctions représentées ci-dessous.

a.



b.



16 À l'aide de la calculatrice, conjecturer les tableaux de variations des fonctions suivantes.

a. $f(x) = 2x^2 + 4x - 5$
b. $g(x) = x^3 - 3x + 1$
c. $h(x) = \frac{4x}{x^2+1}$

Fonctions affines

17 Les fonctions suivantes sont-elles affines ? Si oui préciser les coefficients a et b.

a. $f(x) = 4x + 5$ **b.** $f(x) = x^2 + 1$
c. $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ **d.** $f(x) = 3 - x$

18 Dresser le tableau de signes de chacune des fonctions suivantes.

a. $f_1(x) = 3x - 6$ **b.** $f_2(x) = -2x - 1$
c. $f_3(x) = -5x + 7$ **d.** $f_4(x) = 2x$

Équations réduites de droites

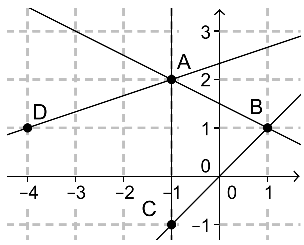
19 Dans chaque cas, donner deux points de la droite d'équation donnée et tracer cette droite dans un repère.

a. $d_1 : y = 2x - 1$
b. $d_2 : y = -3x + 2$
c. $d_3 : y = 0{,}5x + 1{,}5$

20 Quel est le coefficient directeur de la droite d'équation $y = -2x + 5$? Tracer cette droite et faire apparaître le coefficient directeur sur le graphique.
Même question avec la droite d'équation $y = 0{,}5x - 1$.

21 Associer à chaque droite ci-contre son équation parmi celles proposées ci-dessous.

- $d_1 : y = x$
- $d_2 : x = -1$
- $d_3 : y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
- $d_4 : y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

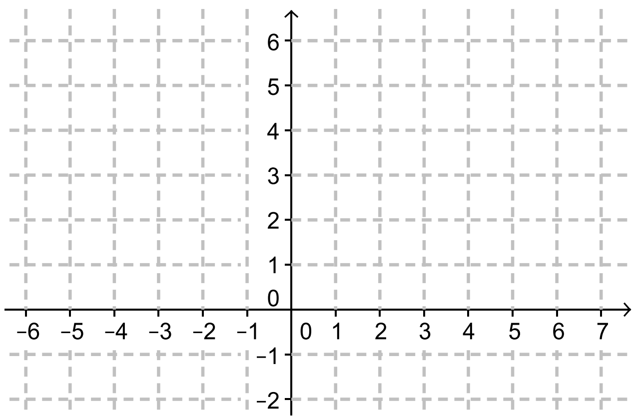


22 Dans un repère, tracer les droites suivantes.

$d_1 : y = 2x + 3$ $d_2 : y = -3x - 2$
$d_3 : y = 3$ $d_4 : y = \frac{1}{2}x - 2$

23 Tracer les droites suivantes dans le repère ci-dessous.

$d_1 : y = -\frac{1}{2}x$ $d_2 : y = -3x + 1$
$d_3 : y = -\frac{4}{3}x + \frac{23}{3}$ $d_4 : y = -\frac{3}{5}x - \frac{13}{5}$



Problèmes

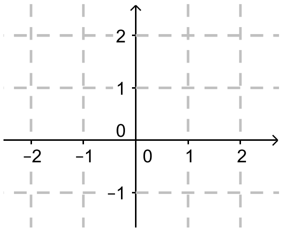
24 On considère l'algorithme suivant.

```
L ← liste vide
Pour x de −2 à 2
    y = −(1/3)x + 2/3
    Si y est un entier
        Ajouter (x; y) dans L
```

1. Compléter le tableau ci-dessous permettant de suivre l'évolution de l'algorithme.

x						
y						
y entier ?						
L	[ ]					

Que permet de faire l'algorithme pour la droite d'équation $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$? En déduire le tracé de cette droite dans le repère ci-dessous.

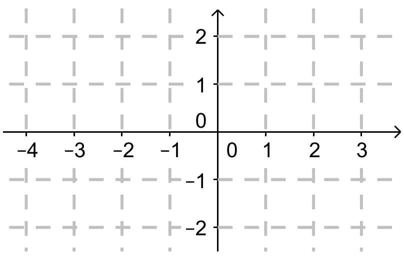


2. Compléter la traduction en Python de l'algorithme et le faire fonctionner avec les valeurs de a et b de la question 1.

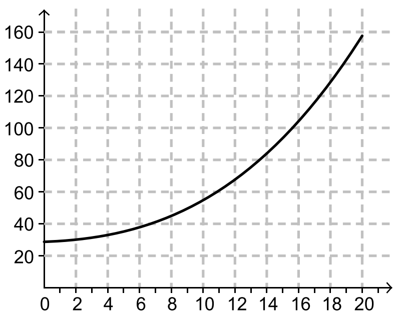
```
L = []
for x in

   if int(y) == y:
      L =
```

3. Compléter la traduction en Python de l'algorithme et le faire fonctionner.
4. Modifier l'algorithme pour tracer la droite d'équation $y=-\frac{3}{7}x-\frac{5}{7}$ dans le repère ci-dessous.



25 Une entreprise commercialise des téléphones. Par an, elle fabrique entre 0 et 2000 appareils. Le coût de production f, exprimé en milliers d'euros, est fonction du nombre de téléphones fabriqués, en centaines. La courbe de f est donnée ci-contre.



1. Quel est le coût de production de 1000 téléphones ?
2. Quelle quantité maximale d'objets l'entreprise peut-elle produire pour un coût inférieur à 100 000 € ?
3. On s'intéresse au coût moyen de production des téléphones.
   a. Justifier que si l'entreprise fabrique 2000 téléphones, alors le coût moyen de production de l'un d'eux est environ 80 €.
   b. Recopier et compléter le tableau suivant.

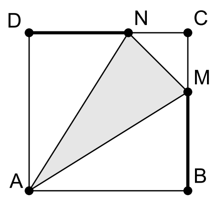
Nombre de téléphones produits (en centaines)	2	4	…	12	20
Coût moyen par téléphone (en euros)					80

   c. Tracer la courbe du coût moyen dans un repère. (unité en abscisse : centaine de téléphones, en ordonnée : prix en euros).
   d. Estimer le nombre de téléphone qu'il faut fabriquer pour obtenir un coût moyen minimal.

26 Au cours de ses vacances, Vincent a effectué une promenade à vélo. Le graphique indique la distance d (en kilomètres) qui le sépare de sa maison en fonction de l'heure t (en heures).

1. Sur quelles périodes de temps Vincent s'est-il éloigné de la maison ?
2. Il a effectué deux pauses. Préciser les horaires.
3. Sur quelles périodes de temps s'est-il rapproché de la maison ?
4. À 10 h 30, à quelle distance se trouvait-il de sa maison ? Quelle distance avait-t-il parcourue alors ? Mêmes questions à 12 h 30.
5. À quelle distance maximale s'est-il éloigné de sa maison ?
6. Quelle est la vitesse moyenne entre 10 h et 11 h ? Entre 14 h et 14 h 30 ?
7. Représenter graphiquement la distance parcourue en fonction du temps.

27 On considère un carré $ABCD$ de côté 4, M un point du segment $[BC]$ et N un point du segment $[CD]$ tel que $BM=DN$. On pose $x=BM$.



1. Quelles sont les valeurs possibles pour x lorsqu'on déplace M ?
2. On note $S(x)$ l'aire du triangle AMN. Compléter le tableau de valeurs suivant.

x	0	1	2	3	4
$S(x)$		7,5			

3. À l'aide du tableau, construire la courbe représentative de S dans un repère.
4. La fonction S semble-t-elle affine ?