

Probabilités conditionnelles – Exercices

Tableau croisé d'effectifs

1 On considère le tableau d'effectifs suivant.

X \ Y	y ₁	y ₂	y ₃	Total
x ₁	29		44	87
x ₂		40		
x ₃	13			51
Total	59	70	80	

1. Compléter le tableau.
2. Donner n_{23} , n_{13} et n_{22} .
3. Quelle est l'effectif marginal de x_2 ? De y_1 ?
4. Quel est l'effectif total ?

2 On a effectué un sondage sur 600 personnes âgées de 15 à 50 ans inclus.

55 % des personnes interrogées préfèrent se coucher tôt. Parmi les 150 personnes âgées entre 15 et 24 ans, 74 % préfèrent se coucher tard plutôt que de se coucher tôt.

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

Y = heure du coucher	y ₁ = se coucher tard	y ₂ = se coucher tôt	Total
X = âge			
x ₁ = [15; 25[
x ₂ = [25; 51[
Total			

2. Donner n_{21} et n_{22} .
3. Quel est l'effectif des personnes âgées entre 25 et 50 ans inclus ?
4. Quel est l'effectif des personnes qui se couchent tard et qui sont âgées entre 15 et 24 ans ?

3 456 personnes sont inscrites dans une bibliothèque. On sait que :

- $\frac{1}{4}$ des adhérents prennent régulièrement des livres ;
- parmi les personnes qui prennent des livres, $\frac{2}{3}$ des adhérents sont des femmes ;
- il y a 85 adhérents qui ne prennent pas de livres et qui sont des femmes.

On choisit une personne au hasard et on note F , H et L les événements « la personne est une femme », « la personne est un homme », « la personne porte des lunettes ».

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

	L	\bar{L}	Total
F			
H			
Total			

2. Donner $\text{Card}(L \cap F)$ et interpréter.
3. Quel est le nombre d'adhérents qui sont des hommes et qui ne prennent pas régulièrement des livres ?
4. Donner $\text{Card}(\bar{L})$ et interpréter.

Tableau des fréquences par rapport à l'effectif total

4 On donne ci-dessous le tableau de la répartition de la LVA des élèves selon leur sexe.

Y = sexe	y ₁ = garçons	y ₂ = filles	Total
X = langue			
x ₁ = anglais	452	502	
x ₂ = espagnol	152	203	
x ₃ = allemand	17	33	
Total			

1. Compléter le tableau
2. Quel est l'effectif de x_1 ?
3. Quelle est l'effectif total ?
4. Construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif total. Arrondir à 0,01 %.
5. Donner f_{21} et f_{12} .

Tableau des fréquences conditionnelles

5 Le tableau ci-dessous représente la répartition du nombre des années d'étude des salariés d'une entreprise selon leur sexe.

Y = sexe	y ₁ = garçons	y ₂ = filles	Total
X = années d'études			
x ₁ = bac +3	45	49	
x ₂ = bac +5	16	11	
x ₃ = bac +8	4	6	
Total			

1. Compléter le tableau croisé des effectifs.
2. Donner n_{21} et n_{32} .
3. Construire le tableau des fréquences conditionnelles du sexe par rapport aux bac +5.

6 L'entreprise « Logica » compte 259 personnes dont 116 femmes. Un sondage a été effectué auprès des employés pour déterminer la quantité approximative de cigarettes fumées pour jour. Voici les résultats :

- 25 % des hommes fument moins de 5 cigarettes ;
- 25 % des personnes fument entre 5 et 20 cigarettes ;
- 20 % des femmes fument moins de 5 cigarettes ;
- 40 % des femmes fument plus de 20 cigarettes ;

1. Établir le tableau croisé des effectifs.
2. Établir le tableau des fréquences conditionnelles des personnes par rapport à celles fumant moins de 5 cigarettes. De même, établir le tableau des fréquences conditionnelles des personnes par rapport à celles fumant plus de 20 cigarettes. Comparer les résultats obtenus.
3. Indiquer si la proposition suivante est vraie ou fausse : « parmi les personnes fumant moins de 5 cigarettes par jour, environ la moitié sont des femmes ».
4. On choisit au hasard une personne de l'entreprise. Parmi les personnes fumant entre 5 et 20 cigarettes par jour, quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

7 Le directeur d'une concession automobile analyse chaque mois le nombre de véhicule vendus ainsi que la

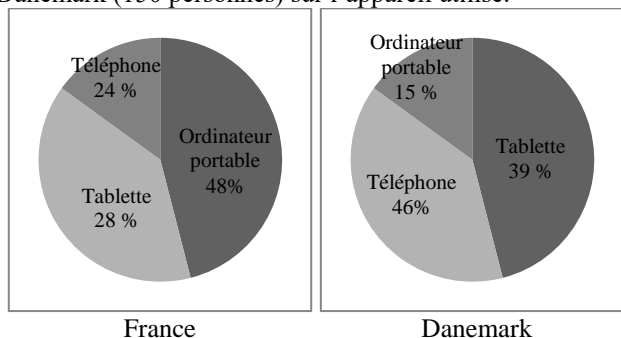
proportion des ventes en fonction de la motorisation et de la nationalité du fabriquant.

	A	B	C	D
1	Véhicule vendus	220		
2				
3		Marques françaises	Marques étrangères	Total
4	Essence	30,5	17,3	47,7
5	Gasoil	23,2	22,7	45,9
6	Autre	5,5	0,9	6,4
7	Total		40,9	100,0
8				
9		Marques françaises	Marques étrangères	Total
10	Essence	67		
11	Gasoil			
12	Autre			
13	Total			

1. Compléter le tableau.
2. Le directeur souhaite connaître le nombre de véhicules par catégorie.
Donner une formule destinée à être étendue et à saisir en B10 pour automatiser les calculs des cellules de la plage B10:D13.
3. Donner le taux de voitures françaises parmi les voitures roulant à l'essence vendue.
4. Donner le taux de voitures roulant à l'essence parmi les voitures françaises.

Probabilités conditionnelles

8 Pour réaliser un exposé, des élèves de première cherchent des informations sur internet. Pour trouver leurs informations, ils utilisent soit une tablette, soit un téléphone, soit un ordinateur portable. Voici les résultats d'un sondage effectué simultanément en France (500 personnes) et au Danemark (150 personnes) sur l'appareil utilisé.



1. Compléter le tableau croisé des effectifs.

$Y = \text{pays}$	$y_1 = \text{France}$	$y_2 = \text{Danemark}$	Total
$X = \text{outil}$			
$x_1 = \text{téléphone}$			
$x_2 = \text{tablette}$			
$x_3 = \text{ordinateur}$			
Total			

2. Peut-on dire que l'effectif des élèves utilisant leur téléphone est plus important au Danemark qu'en France ?

3. On choisit au hasard un élève en France ou au Danemark. Sachant qu'il utilise son téléphone, calculer la probabilité qu'il soit français.
4. Établir le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.

9 Un magasin de sport à la montagne dispose de 400 matériels de glisse. Il propose à la location des skis de pistes, des snowboards et des skis de randonnée. Son matériel est constitué de 45 % de skis de piste, 36 % de snowboards et le reste de skis de randonnée.

Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé. Il a été constaté que la moitié des skis de piste, deux tiers des snowboards et le quart des skis de randonnée ont été abîmés pendant la journée.

Chaque paire de skis et chaque snowboard sont répertoriés sur une fiche qui précise leur suivi.

On tire une fiche au hasard et on considère les événements suivants :

- P : « la fiche est celle d'une paire de skis de piste » ;
- S : « la fiche est celle d'un snowboard » ;
- R : « la fiche est celle d'une paire de skis de randonnée » ;
- A : « la fiche est d'un matériel abîmé ».

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

Matériel \ Résultat du contrôle	P	S	R	Total
A				
\bar{A}				
Total				

2. Calculer la probabilité de tirer une fiche d'une paire de skis de piste abîmée.
3. On tire une fiche au hasard qui concerne celle d'un snowboard. Calculer la probabilité qu'elle concerne celle d'un snowboard abîmé.
4. Calculer $P_{\bar{A}}(S)$ et en donner une valeur approchée arrondie au centième. Interpréter.

10 Le parc informatique d'un lycée est composé de 200 ordinateurs, 30 sont considérés comme neufs ; 90 sont considérés comme récents et les autres comme anciens.

Une étude statistique indique qu'aucun ordinateur neuf n'est défaillant ; 10 % des ordinateurs récents sont défaillants et 25 % des ordinateurs anciens sont défaillants.

1. Traduire l'énoncé par un tableau croisé d'effectifs.
2. On choisit au hasard un ordinateur de ce parc. Déterminer la probabilité que l'ordinateur soit défaillant. Donner le résultat arrondi au centième.
3. Calculer probabilité qu'une guirlande défectueuse soit récente.

11 Une salle contient 150 personnes. 70 % de ces personnes sont des femmes. Deux tiers des femmes ont des lunettes. Un cinquième des hommes ont des lunettes.

On choisit une personne au hasard dans cette salle.

1. Quelle est la probabilité que ce soit une femme qui ait des lunettes ?
2. Sachant qu'elle a des lunettes, quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

12 Un commerçant vend deux types de guirlandes électriques pour Noël, des guirlandes d'intérieur et des guirlandes d'extérieur. Certaines guirlandes se révèlent défectueuses. Il possède un stock de 400 guirlandes.

On admet que :

- 6 % des guirlandes proposées à la vente sont défectueuses ;
- 30 % des guirlandes sont destinées à l'extérieur ;
- 5 % des guirlandes d'extérieur sont défectueuses.

1. Établir le tableau croisé d'effectifs.
2. Déterminer le cardinal de l'événement « les guirlandes sont d'intérieur et non défectueuses ».
3. Déterminer le cardinal de l'événement « les guirlandes sont d'intérieur ou défectueuses ».
4. Calculer puis interpréter $P_{\text{intérieur}}(\text{défectueuses})$.

13 A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant

$$\text{card}(A \cap B) = 21, \text{card}(A) = 30, \text{card}(B) = 25.$$

Calculer $P_A(B)$, $P_B(A)$, $\text{card}(A \cup B)$ et $\text{card}(A \cap \bar{B})$.

14 On teste l'efficacité d'un médicament sur 400 individus atteints d'une maladie. Pour cela, on donne le médicament à 250 personnes et un placebo à 150 autres personnes. On s'aperçoit que 66,8 % des patients ayant pris le médicament guérissent contre 52 % de ceux ayant pris un placebo.

On prend un des patients au hasard et on considère les événements suivants :

- M : « le patient a pris le médicament » ;
- G : « le patient est guéri ».

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

	G	\bar{G}
M		
\bar{M}		

2. Quel est le taux de patients ayant guéri ?
3. Quelle est la probabilité de l'événement $M \cap G$?
4. Calculer $P_G(M)$ et interpréter.

15 Le directeur d'un établissement privé veut étudier la relation entre l'âge de ses cadres et le salaire mensuel (en centaines d'euros). Une étude donne le grand tableau ci-dessous.

1. Compléter le tableau.
2. Quel est l'âge moyen des cadres de l'établissement ?
3. Parmi les cadres qui appartiennent à la classe [40; 46[ans, quelle est la proportion de ceux qui gagnent entre 1400 et 1800 € ?
4. Parmi les cadres qui gagnent entre 1800 et 2200 €, quelle est la proportion de ceux qui sont âgés de 34 à 40 ans ?

	$Y = \text{salaire}$	[6; 10[[10; 14[[14; 18[[18; 22[[22; 26[[26; 30[[30; 34[[34; 38[Total
$X = \text{âge}$										
[22; 28[5	4	1	0	0	0	0	0	
[28; 34[4	5	8	6	3	2	1	0	
[34; 40[0	2	8	10	9	6	4	2	
[40; 46[1	2	6	8	10	8	6	2	
[46; 52[0	0	2	4	8	6	8	4	
[52; 58[0	0	1	7	10	10	8	4	
Total										

5. Quelle est la moyenne d'âge des cadres qui gagnent entre 1400 et 1800 € ?
6. Quel est le salaire mensuel moyen des cadres qui ont entre 40 à 46 ans ?
7. Donner n_{45} , f_{24} et f_{56} .

16 Le dépistage de l'hyperthyroïdie s'effectue par un test basé sur le dosage de la TSH. Les résultats sont les suivants :

- chez les malades, 95 % de tests sont positifs ;
- chez les non malades, 99 % de tests sont négatifs.

La fréquence (prévalence) de l'hyperthyroïdie dans la population est de 1,5 %. On considère une ville de 100 000 personnes qui ont toutes passé le test.

1. Compléter le tableau croisé des effectifs sur cette ville en détaillant les calculs.

	$Y = \text{résultat du test}$	$y_1 = \text{test positif}$	$y_2 = \text{test négatif}$
$X = \text{santé}$			
$x_1 = \text{malade}$			
$x_2 = \text{non malade}$			

2. On choisit une personne au hasard dans la ville.
 - a. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade et que son test soit négatif ?
 - b. On sait que la personne est positive au test. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ?
 - c. La personne est dépistée négative. Quelle est la probabilité que malgré elle soit malade ?

17 Lors d'un contrôle antidopage à l'issue d'une compétition sportive, les sportifs peuvent être déclarés positifs (qu'ils soient dopés ou non) ou négatifs (qu'ils soient dopés ou non). L'étude porte sur 50 personnes.

Soit n l'effectif des dopés parmi les sportifs contrôlés. On sait que :

- 95 % des sportifs dopés sont déclarés positifs ;
- 10 % des sportifs non dopés sont déclarés positifs.

On choisit un sportif au hasard et on considère les événements :

- D : « le sportif est dopé » ;
- T : « le sportif est déclaré positif ».

1. Construire le tableau croisé d'effectifs.
2. Calculer, en fonction de n , l'effectif de l'événement « le comité a commis une erreur ».
3. Montrer que $P_T(D) = \frac{0,95n}{5+0,85n}$.
4. Résoudre l'inéquation $P_T(D) > 0,95$ et interpréter ce résultat.