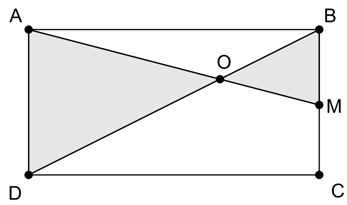
Découverte de GeoGebra – Études de situations géométriques

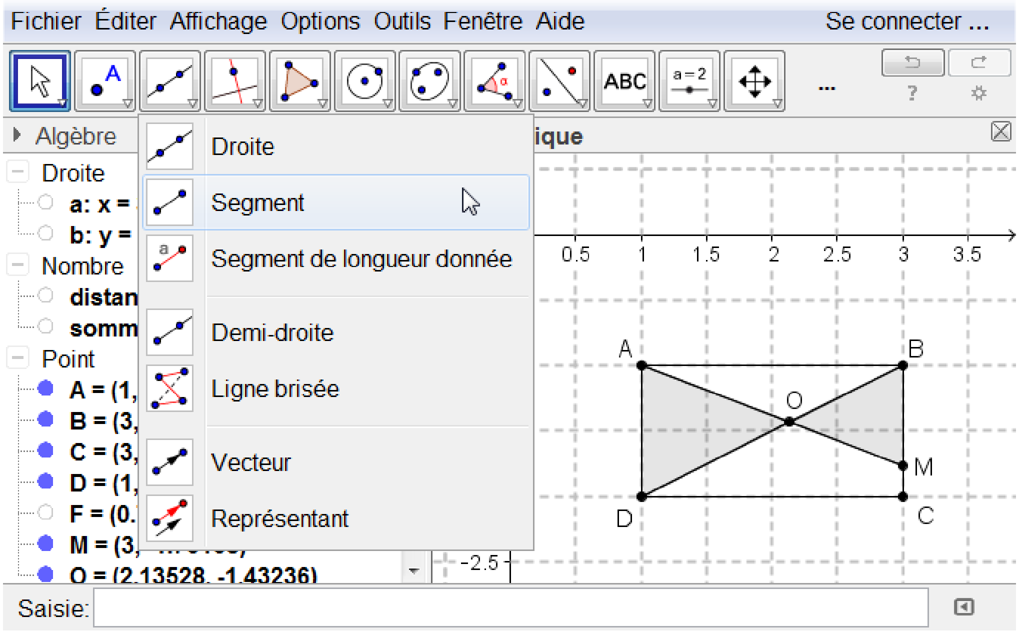
Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 2$ et $AD = 1$ et M un point du segment $[BC]$. On note O le point d'intersection des droites (AM) et (BD).
On cherche à résoudre le problème suivant : pour quelle position du point M l'aire grisée est-elle minimale ?



1. Figure avec GeoGebra et conjectures

Ouvrir le logiciel GeoGebra. La fenêtre se divise en plusieurs zones :

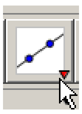
- le menu ;
- la barre d'outils qui permet de sélectionner les objets à construire ;
- la fenêtre algèbre (bandeau de gauche) où sont consignés tous les objets construits (points, segments, variables…) ;
- la fenêtre graphique où apparaît la figure ;
- la zone de saisie où l'on peut définir des objets par des commandes.



1. Afficher la grille en cliquant avec le bouton droit de la souris sur une zone blanche de la figure.

2. Créer les points A, B, C et D avec la souris dans le même ordre que la figure ci-dessus. **On prendra pour A le point de coordonnées $(1;-1)$.** Si les points ne sont pas placés à la souris dans cet ordre, il est possible de les renommer par la suite en cliquant avec le bouton droit de la souris sur ces points et en choisissant « renommer ».

3. Créer les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$. On utilisera le petit triangle pour dérouler les menus (et sélectionner ici l'outil « segment »). Remarquer que GeoGebra donne à ces segments des noms (a, b, c, d) et affiche leur longueur dans la fenêtre algèbre.

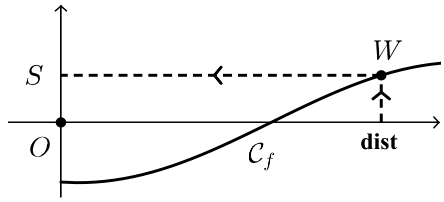


4. Créer le point M **sur le segment** $[BC]$: après avoir sélectionné l'outil « point », approcher la souris du segment $[BC]$ jusqu'à ce qu'il devienne plus gras. À ce moment-là, cliquer. Le point M est alors placé sur le segment $[BC]$.
S'assurer que le point est bien sur $[BC]$ en utilisant l'outil « déplacer ».

5. Construire le point O (outil « intersection » après avoir tracé les deux segments nécessaires…), puis les triangles AOD et BOM avec l'outil « polygone ».
Lorsque l'on construit des polygones, GeoGebra crée des variables **poly1**, **poly2**, … (qu'il est possible de renommer) qui contiennent leur aire.

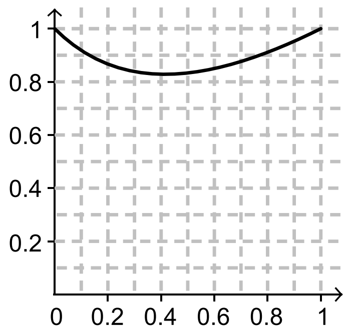
6. Définir la variable S comme somme des aires de AOD et BOM en tapant dans la zone de saisie
`S=poly1+poly2`
Déplacer le point M sur $[BC]$ et observer les variations de S.
Quelle semble être une valeur approchée de la valeur minimale de S ? . . . .
Pour quelle valeur de BM est-elle obtenue ? . . . .
Astuce : la commande `dist=distance[B,M]` crée une variable **dist** contenant la longueur BM. On peut même faire plus simple en construisant le segment $[BM]$ puisque Geogebra crée alors automatiquement cette variable (par contre elle ne l'appellera pas **dist**, il faudra donc la renommer).
En choisissant l'option d'affichage de 5 décimales (menu « options/arrondis ») on peut donner des réponses précises.
Il est nécessaire de zoomer pour effectuer un placement minutieux du point M.

7. On va construire la courbe représentative de la fonction $f : \textbf{dist} = BM \mapsto S$. Pour cela il faut se rappeler ce qu'est la courbe représentative d'une fonction ! C'est l'ensemble des points W de coordonnées $(\textbf{dist} ; S)$ lorsque BM prend toutes les valeurs de son ensemble de définition (c'est-à-dire dans le cas présent lorsque M se déplace sur $[BC]$).



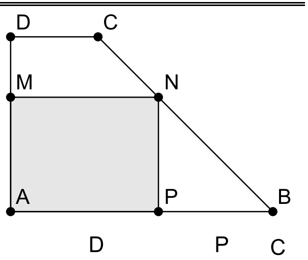
Il suffit donc de taper `W=(dist,S)` dans la zone de saisie pour créer un point W de $\mathcal{C}_f$. Lorsque l'on déplace M, le point W se déplace sur $\mathcal{C}_f$.
Il reste à activer la trace du point W (par clic droit dessus) pour que se dessine $\mathcal{C}_f$ au fur et à mesure que l'on déplace M. Il pourra être nécessaire de désactiver la capture automatique des points (menu « options ») pour obtenir un tracé « sans trous ».

8. Pour pallier le problème des traces qui s'effacent lorsque l'on zoome, on peut utiliser l'outil « lieu » ; après l'avoir sélectionné, cliquer sur W puis sur M. Geogebra dessine alors l'ensemble des points que décrit W lorsque M se déplace partout où il peut se déplacer, comme on l'a fait précédemment « à la main ». La courbe de f apparaît avec précision. On pensera à désactiver la trace du point W pour plus de clarté.



2. D'autres situations

1. $ABCD$ est un trapèze rectangle tel que $AB = 6$, $CD = 2$ et $AD = 4$. Soit M un point du segment $[AD]$. On construit le rectangle $AMNP$ inscrit dans le trapèze, avec $N \in [CP]$ et $P \in [AB]$.
Construire la figure et représenter graphiquement l'aire du rectangle en fonction de AM.



2. On considère un rectangle $ABCD$ avec $AB = 3$ et $BC = 4$.
Les points M, N, P, Q appartiennent respectivement aux côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ de telle sorte que $AM = BN = CP = DQ$.
Construire la figure de façon à ce que M soit mobile puis représenter graphiquement le périmètre du quadrilatère $MNPQ$ en fonction de AM.