Activité – Échantillonnage et simulation

1. Tirages successifs avec remise

Une urne contient 3 boules rouges et 7 boules noires indiscernables au toucher.

1. Quelle est la proportion p de boules rouges ? . . . .

2. On tire une boule de l'urne. Quelle est la probabilité qu'elle soit rouge ? . . . .

On procède à présent à n tirages successifs avec remise d'une boule dans l'urne ($n \geq 1$) et on appelle f la fréquence de boules rouges observées.

3. Si $n = 1$, quelles sont les valeurs possibles de f ? . . . .

4. Si $n = 2$, quelles sont les valeurs possibles de f ? . . . .

5. Si $n = 100$, quelles sont les valeurs possibles de f ? . . . .

6. À 8 reprises, on a procédé à 100 tirages successifs avec remise. Pour chaque tirage, on a compté le nombre de boules rouges. Compléter le tableau des fréquences.

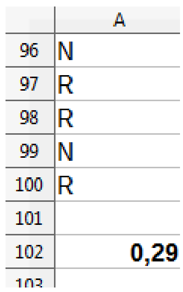
Expérience n°	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombres de boules rouges	31	25	23	35	30	27	31	28
Fréquence de boules rouges								

Retrouve-t-on à chaque fois la proportion p de boules rouges de l'urne ? Comment s'appelle ce phénomène ? . . . .

2. Simulation

Pour comprendre comment varie la fréquence f autour de la proportion $p = 0{,}3$, on va simuler avec un tableur 100 tirages avec remise d'une boule de l'urne.

7. Expliquer pourquoi la formule `=SI(ALEA()<0,3;"R";"N")` retourne la lettre R avec une probabilité 0,3 et la lettre N avec une probabilité 0,7 . . . .

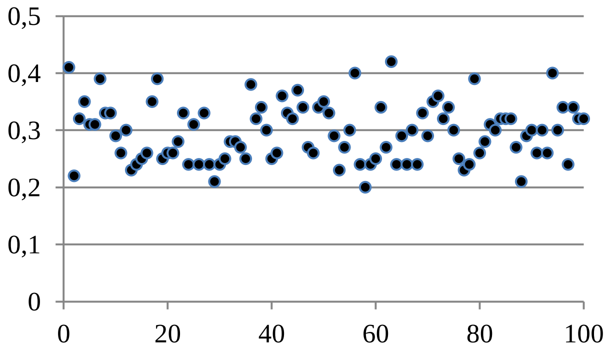


	A
96	N
97	R
98	R
99	N
100	R
101	
102	0,29
103	

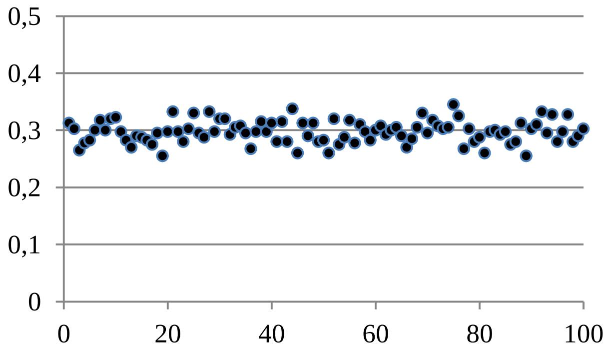
8. Remplir la plage A1:A100 puis proposer une formule permettant de calculer la fréquence de boules rouges obtenues lors de l'expérience : . . . .

9. Appuyer plusieurs fois sur F9. Qu'observe-t-on ? Comment s'appelle ce phénomène ? . . . .

10. Une colonne correspond donc à **une** expérience où l'on a pris successivement et avec remise 100 boules de l'urne.
Étendre les formules de façon à simuler 100 expériences de ce type. Calculer les fréquences pour chacune d'elle puis représenter graphiquement le nuage de points des fréquences.
Existe-t-il beaucoup de fréquences en dehors de l'intervalle $[0{,}2; 0; 4]$? . . . .



Tirages de taille $n = 100$



Tirages de taille $n = 400$

> L'intervalle $[0{,}2; 0{,}4]$ est appelé **intervalle de fluctuation au seuil de 95 %** de la fréquence de boules rouges lors de 100 tirages successifs avec remise.
> Il se calcule par la formule $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ où p désigne la proportion de boules rouges et n le nombre de tirages, ce qui donne ici $\left[0{,}3 - \frac{1}{\sqrt{100}}\ ; 0{,}3 + \frac{1}{\sqrt{100}}\right]$.

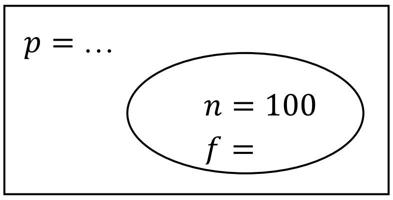
11. Simuler 100 expériences consistant à prendre successivement avec remise $n = 400$ boules de l'urne.
Donner par lecture graphique un intervalle de fluctuation : . . . .
Confirmer par un calcul : . . . .

3. Application à la prise de décision

Dans une usine fabriquant des automobiles, on connaît les défauts de peinture de type « grains ponctuels ». On considère que ce défaut touche 30 % de la production.

12. Quelle est la **population** étudiée ici ? . . . . Quel **caractère** de la population observe-t-on ? . . . . Quelle est sa proportion p ? . . .

13. Pour savoir si le matériel de production nécessite d'être inspecté, un ingénieur procède à 100 tirages **avec remise** au hasard d'une voiture dans la production et note pour chacune d'elle si le défaut est présent (D) ou non (C, pour conforme).
La liste obtenue des 100 résultats est **un échantillon de taille 100**.



a. À quelle fréquence de voitures présentant un défaut s'attend-on ? . . . .

b. Sur cet échantillon, 37 voitures présentent un défaut. Que peut-on penser ? . . . .
. . . .
. . . .

14. L'ingénieur prélève un échantillon de taille 400 et il observe à nouveau 37 % de défaut. Quelle décision faut-il prendre ? . . . .
. . . .
. . . .