

Exemple

Soit $A(-1; 3)$ et $B(2; -4)$. Vérifier que la droite (AB) a pour équation $y = -\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$.

Réponse. D'après le théorème, l'ensemble d'équation $y = -\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$ est bien une droite. Il suffit donc de vérifier que A et B appartiennent à cet ensemble, puisque deux points distincts définissent une droite.

Le point A appartient à l'ensemble d'équation $y = -\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$ équivaut par définition à dire que ses coordonnées $(x; y)$ vérifie l'égalité $y = -\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$. Or on a bien :

De même

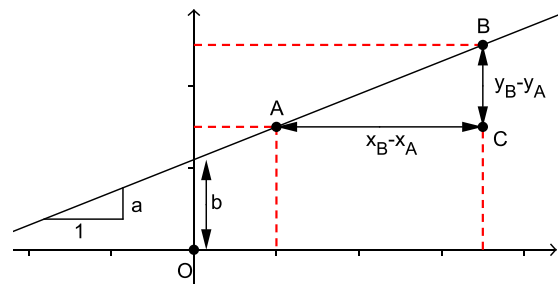
Théorème.

1. L'ordonnée à l'origine d'une droite d'équation $y = ax + b$ est l'ordonnée du point d'intersection de cette droite avec l'axe des ordonnées.
2. Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points situés sur une droite (avec $x_A \neq x_B$), le coefficient directeur de cette droite est $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Schématiquement, on pourra retenir
coefficient directeur

$$= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Le coefficient directeur a s'interprète ainsi : si l'on se déplace d'une unité en abscisse, on se déplace de a unités en ordonnées.



Exemple

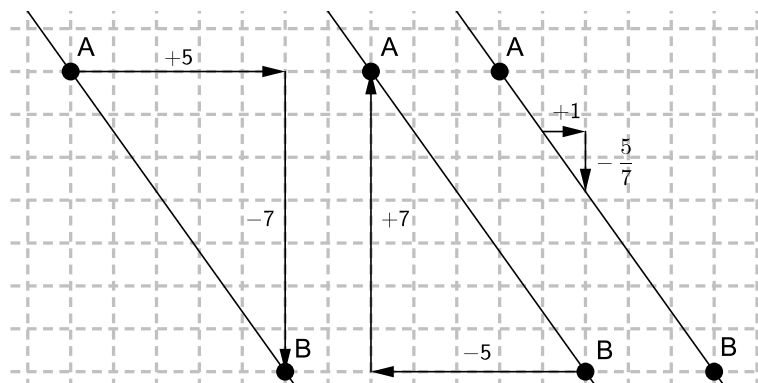
Soit $A(-2; 4)$ et $B(5; -1)$. La droite (AB) a pour coefficient directeur

$$\frac{-1 - 4}{5 - (-2)} = \frac{-5}{7} = -\frac{5}{7}$$

On aurait aussi pu faire comme calcul $\frac{4 - (-1)}{-2 - 5} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}$

Le coefficient directeur peut s'interpréter de plusieurs manières :

- quand on part d'un point de la droite, qu'on « . . . » de . . . puis qu'on « . . . » de . . . , on obtient un nouveau de la droite ;
- quand on « recule » de 5, on « monte » de 7 ;
- quand on « avance » de 1, on « descend » de $\frac{5}{7}$.



Exemple

Soit à tracer les droites Δ d'équation $y = -3x + 1$ et Δ' d'équation $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$.

- Tracé de Δ

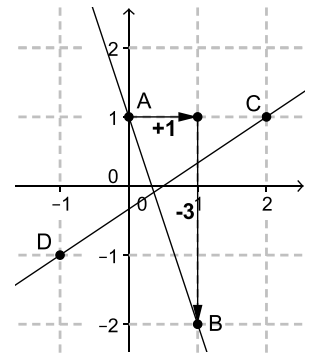
L'ordonnée à l'origine de Δ étant 1, elle coupe l'axe des ordonnées au point A de coordonnées

Le coefficient directeur est . . . , ce qui signifie qu'en partant de A , en « » et en « » on obtient un point B de Δ .

La droite Δ est donc la droite (AB) .

- Tracé de Δ'

On cherche un point sur Δ' ayant si possible des coordonnées entières. On constate qu'en remplaçant x par . . on trouve $y =$. . , donc le point . . . appartient à Δ' . À présent soit on cherche un autre point (par exemple) ou alors on interprète le coefficient directeur : en partant de D , en « » et en « » on obtient un nouveau point (ou en partant de C , en « reculant » de . . et en « descendant » de . .).



On peut fréquemment lire l'équation d'une droite à partir d'un schéma.

- Calcul du coefficient directeur : on repère deux points dont on connaît les coordonnées (en général situés sur un nœud du quadrillage) et on applique la formule du coefficient directeur ;
- lecture de l'ordonnée à l'origine : c'est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.

Exemple

On considère les points $A(0; 2)$, $B(3; 4)$, $C(-2; 1)$ et $D(4; -2)$.

- Équation de la droite (AB) .

Pour aller de A à B , on « » et on « ». Le coefficient directeur de (AB) est donc . . . On peut s'en tenir aux formules : $A(0; 2)$ et $B(3; 4)$ donc le coefficient directeur est . . .

Remarquons qu'on peut trouver le coefficient directeur en allant de B vers A : il faut « reculer » de 3 (donc l'accroissement des abscisses est -3) et « descendre » de 2 (donc l'accroissement des ordonnées est -2). On trouve bien encore $\frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$.

La droite (AB) coupe l'axe des ordonnées au point . . . dont l'ordonnée est 2. Donc l'ordonnée à l'origine de cette droite est . . .

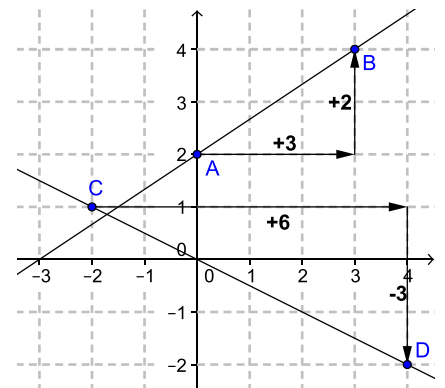
En conclusion (AB) a pour équation

- Équation de la droite (CD) .

Pour aller de C à D , on « avance » de 6 et on « descend » de 3, donc le coefficient directeur de cette droite est

La droite semble couper l'axe des ordonnées à l'origine du repère, c'est bien le cas car le trajet « avancer » de 2 et « descendre » de 1 en partant de C nous amène à l'origine du repère. Donc l'ordonnée à l'origine de (CD) est . . .

L'équation de (CD) est donc



Bien souvent, on ne pourra déterminer l'équation d'une droite par une simple lecture graphique, par exemple lorsque les valeurs exactes « ne tombent pas juste »

- Déterminer l'équation d'une droite connaissant un de ces points et son coefficient directeur.

Exemple

Déterminons l'équation de la droite D passant par $A(1; 2)$ et coefficient directeur -3 .
 Puisque D est une droite, son équation est de la forme $y = ax + b$, avec a
 donc l'équation est, où b reste à déterminer.
 Comme A appartient à D , ses coordonnées $(x; y)$ vérifient l'égalité
 d'où et donc $=$
 Ainsi l'équation de D est

- Déterminer l'équation d'une droite connaissant deux de ses points

Exemple

Déterminons l'équation de la droite D passant par $A(-1; 3)$ et $B(2; -4)$
 On commence par calculer le coefficient directeur :
 On est alors ramené au cas précédent, puisqu'on connaît le coefficient directeur de D et l'un de ses points (A ou B , on choisit celui que l'on veut).
 L'équation de D est de la forme, avec b à déterminer.
 Comme A appartient à D ses coordonnées vérifient, d'où l'on déduit $b =$
 Ainsi l'équation de (AB) est
 On peut vérifier que les calculs sont corrects en procédant comme dans l'exemple A.

❖ **Droites parallèles**

Théorème. Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si elles ont même coefficient directeur.

❖ **Droites sécantes**

Théorème. Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont sécantes si et seulement si elles ont des coefficients directeurs différents.

Cet énoncé est la contraposée du théorème précédent.

Dans le cas où les droites d'équation $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ sont sécantes (si $a \neq a'$ d'après le théorème) les coordonnées $(x; y)$ du point d'intersection des deux droites sont solutions du système

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases}$$

Exemple

Tracer les droites D_1 et D_2 d'équation $y = 2x - 1$ et $y = -x - 2$ et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.