- - - - ✂ - - - - (§2)

Exemple

Soit $A(-1;3)$ et $B(2;-4)$. Vérifier que la droite (AB) a pour équation $y=-\frac{7}{3}x+\frac{2}{3}$.

Réponse. D'après le théorème, l'ensemble d'équation $y=-\frac{7}{3}x+\frac{2}{3}$ est bien une droite. Il suffit donc de vérifier que A et B appartiennent à cet ensemble, puisque deux points distincts définissent une droite.

Le point A appartient à l'ensemble d'équation $y=-\frac{7}{3}x+\frac{2}{3}$ équivaut par définition à dire que ses coordonnées $(x\,;y)$ vérifie l'égalité $y=-\frac{7}{3}x+\frac{2}{3}$. Or on a bien :

De même

- - - - ✂ - - - - (§2)

Théorème.

1. L'ordonnée à l'origine d'une droite d'équation $y=ax+b$ est l'ordonnée du point d'intersection de cette droite avec l'axe des ordonnées.

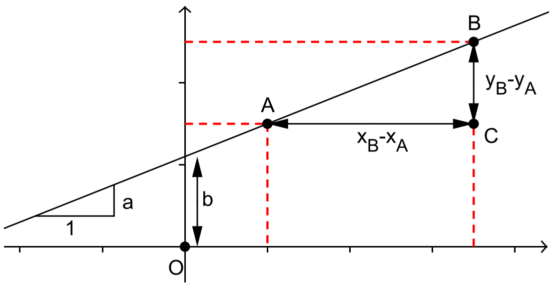
2. Si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points situés sur une droite (avec $x_A \neq x_B$), le coefficient directeur de cette droite est $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

Schématiquement, on pourra retenir

coefficient directeur

$$= \frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad}.$$

Le coefficient directeur a s'interprète ainsi : si l'on se déplace d'une unité en abscisse, on se déplacé de a unités en ordonnées.



Exemple

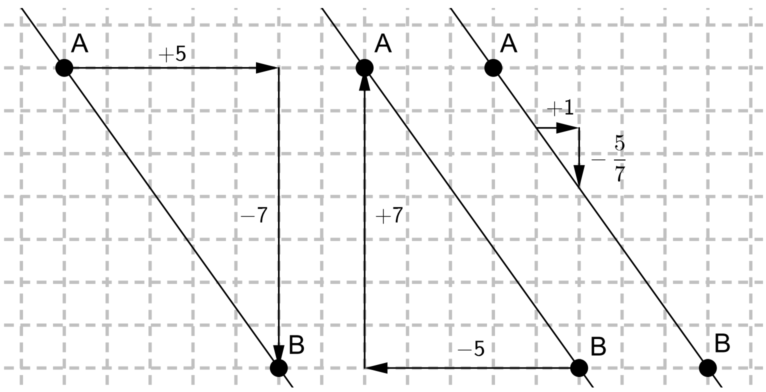
Soit $A(-2;4)$ et $B(5;-1)$. La droite (AB) a pour coefficient directeur

$$\frac{\qquad}{\qquad} = \frac{\quad}{\quad} =$$

On aurait aussi pu faire comme calcul $\frac{\qquad}{\qquad} = \frac{\quad}{\quad} =$

Le coefficient directeur peut s'interpréter de plusieurs manières :

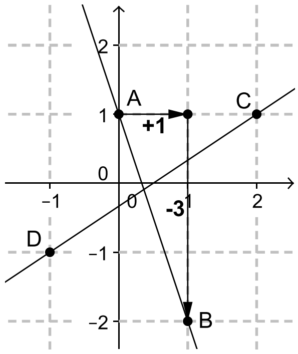
- quand on part d'un point de la droite, qu'on « . . . . . » de . . puis qu'on « . . . . . » de . . . , on obtient un nouveau de la droite ;
- quand on « recule » de 5, on « monte » de 7 ;
- quand on « avance » de 1, on « descend » de $\frac{5}{7}$.



Exemple

Soit à tracer les droites Δ d'équation $y = -3x + 1$ et Δ' d'équation $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$.

- Tracé de Δ



L'ordonnée à l'origine de Δ étant 1, elle coupe l'axe des ordonnées au point A de coordonnées . . .
Le coefficient directeur est . . , ce qui signifie qu'en partant de A, en « . . . . » et en « . . . . » on obtient un point B de Δ.
La droite Δ est donc la droite (AB).

- Tracé de Δ'

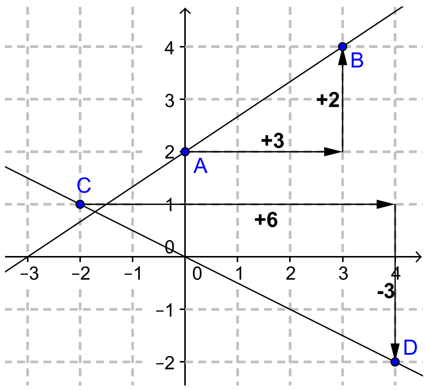
On cherche un point sur Δ' ayant si possible des coordonnées entières. On constate qu'en remplaçant x par . . on trouve $=$ . . , donc le point . . . appartient à Δ'. À présent soit on cherche un autre point (par exemple . . . .) ou alors on interprète le coefficient directeur : en partant de D, en « . . . . » et en « . . . . » on obtient un nouveau point (ou en partant de C, en « reculant » de . . et en « descendant » de . .).

- - - - ✂ - - - - (§3)

On peut fréquemment lire l'équation d'une droite à partir d'un schéma.

- Calcul du coefficient directeur : on repère deux points dont on connaît les coordonnées (en général situés sur un nœud du quadrillage) et on applique la formule du coefficient directeur ;
- lecture de l'ordonnée à l'origine : c'est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.

Exemple



On considère les points $A(0;2)$, $B(3;4)$, $C(-2;1)$ et $D(4;-2)$.

- Équation de la droite (AB).

Pour aller de A à B, on « . . . . » et on « . . . . » . Le coefficient directeur de (AB) est donc . . On peut s'en tenir aux formules : $A(0;2)$ et $B(3;4)$ donc le coefficient directeur est . . .
Remarquons qu'on peut trouver le coefficient directeur en allant de B vers A : il faut « reculer » de 3 (donc l'accroissement des abscisses est -3) et « descendre » de 2 (donc l'accroissement des ordonnées est -2). On trouve bien encore $\frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$.
La droite (AB) coupe l'axe des ordonnées au point . . dont l'ordonnée est . . Donc l'ordonnée à l'origine de cette droite est . .
En conclusion (AB) a pour équation . . . . . .

- Équation de la droite (CD).

Pour aller de C à D, on « avance » de 6 et on « descend » de 3, donc le coefficient directeur de cette droite est . . . . .
La droite semble couper l'axe des ordonnées à l'origine du repère, c'est bien le cas car le trajet « avancer » de 2 et « descendre » de 1 en partant de C nous amène à l'origine du repère. Donc l'ordonnée à l'origine de (CD) est . .
L'équation de (CD) est donc . . . . .

- - - - ✂ - - - - (§3)

Bien souvent, on ne pourra déterminer l'équation d'une droite par une simple lecture graphique, par exemple lorsque les valeurs exactes « ne tombent pas juste »

- *Déterminer l'équation d'une droite connaissant un de ces points et son coefficient directeur.*

Exemple

Déterminons l'équation de la droite D passant par $A(1; 2)$ et coefficient directeur -3.
Puisque D est une droite, son équation est de la forme $y = ax + b$, avec $a = ...$, donc l'équation de D est . . . . , où b reste à déterminer.
Comme A appartient à D, ses coordonnées $(x; y)$ vérifient l'égalité . . . . d'où . . . . et donc $b = . .$
Ainsi l'équation de D est . . . .

- *Déterminer l'équation d'une droite connaissant* deux de ses points

Exemple

Déterminons l'équation de la droite D passant par $A(-1; 3)$ et $B(2; -4)$

On commence par calculer le coefficient directeur : . . . .
On est alors ramené au cas précédent, puisqu'on connaît le coefficient directeur de D et l'un de ses points (A ou B, on choisit celui que l'on veut).

L'équation de D est de la forme . . . . , avec b à déterminer.

Comme A appartient à D ses coordonnées vérifient . . . . , d'où l'on déduit $b = ...$

Ainsi l'équation de (AB) est . . . .
On peut vérifier que les calculs sont corrects en procédant comme dans l'exemple A.

- - - - ✂ - - - - (§4)

- **Droites parallèles**

Théorème. Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si elles ont même coefficient directeur.

- **Droites sécantes**

Théorème. Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont sécantes si et seulement si elles ont des coefficients directeurs différents.

Cet énoncé est la contraposée du théorème précédent.
Dans le cas où les droites d'équation $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ sont sécantes (si $a \neq a'$ d'après le théorème) les coordonnées $(x; y)$ du point d'intersection des deux droites sont solutions du système

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases}$$

Exemple

Tracer les droites D_1 et D_2 d'équation $y = 2x - 1$ et $y = -x - 2$ et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.