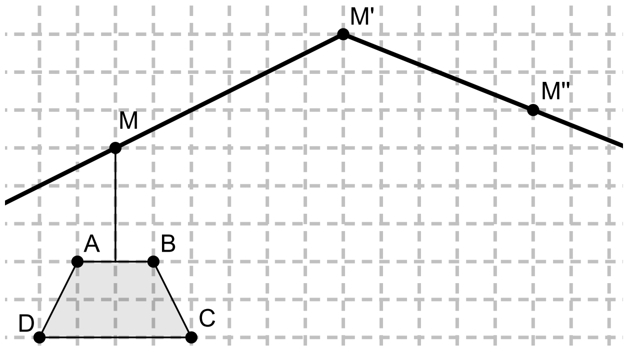
Activité sur les vecteurs

On considère un téléphérique dont le câble est représenté en trait épais et dont la cabine est le trapèze $ABCD$.



1. Dessiner la cabine $A'B'C'D'$ lorsque le point d'attache M a été déplacé en M'. Citer quatre parallélogrammes dont l'un des côtés est $[MM']$: . . . .

> Ainsi à tout point A on associe l'unique point A' tel que le quadrilatère . . . . soit un parallélogramme. Ce procédé est appelé « **la translation qui transforme M et M'** » ou encore « **la translation de vecteur $\overrightarrow{MM'}$** ».

Par cette translation, les images de A, B, C, D sont respectivement . . . .

2. L'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$ est . .

> On dira que **les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{AA'}$ sont égaux** et on écrira $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$ pour signifier que la translation qui transforme M en M' transforme également A en A'.

Donner d'autres égalités de vecteurs : . . . .

3. La translation de vecteur $\overrightarrow{MM'}$ consiste à se déplacer de . . carreaux vers . . . . et de . . carreaux vers . . . . On dit que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a pour coordonnées . . .

4. Dessiner l'image $A''B''C''D''$ de la télécabine $A'B'C'D'$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{M'M''}$. Les coordonnées de ce vecteur sont . . .

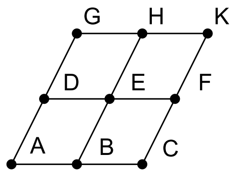
5. Citer des parallélogrammes dont l'un des côté est $[MM'']$: . . . . Il en résulte que A'' est l'image de A par la translation de vecteur . . .

> L'enchaînement de la translation de vecteur $\overrightarrow{MM'}$ avec la translation de vecteur $\overrightarrow{M'M''}$ est . . . .

Vecteurs - Partie I – Exercices

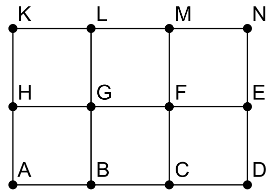
Translation et vecteur

1 La figure ci-contre est constituée de quatre parallélogrammes. Entourer la bonne réponse.



1. Par la translation qui transforme H en K, le point E a pour image
   a. D **b.** F **c.** B
2. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$, le point C a pour image
   a. A **b.** B **c.** C
3. Le représentant du vecteur $\overrightarrow{HE}$ d'origine F est
   a. $\overrightarrow{KF}$ **b.** C **c.** $\overrightarrow{FC}$
4. Le représentant du vecteur $\overrightarrow{AD}$ d'extrémité G est
   a. D **b.** $\overrightarrow{AG}$ **c.** $\overrightarrow{DG}$

2 La figure ci-contre est constituée de six carrés. Compléter :



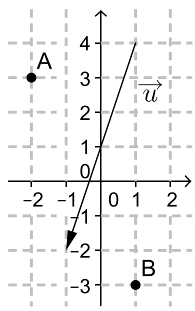
a. L'image de B par la translation qui à G associe F est …
b. L'image de D par la translation qui à M associe K est …
c. L'image de G par la translation qui a C associe E est …
d. L'image de E par la translation qui a M associe H est …
e. L'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AH}$ est …
f. L'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$ est …
g. L'image de L par la translation de vecteur $\overrightarrow{MB}$ est …
h. L'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{HM}$ est …
i. L'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est …

3 La figure est celle de l'exercice précédent. Compléter.
a. Le représentant de $\overrightarrow{GE}$ d'origine K est … et celui d'extrémité C est …
b. Le représentant de $\overrightarrow{BF}$ d'origine G est … et celui d'extrémité N est …

4 Vrai ou faux ? $ABCD$ est un parallélogramme donc
a. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ **b.** $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$
c. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ **d.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$

Coordonnées d'un vecteur

5 Entourer la bonne réponse. Dans le repère ci-contre :



1. Les coordonnées de A sont
   a. $(-2;3)$ **b.** $(3;-2)$ **c.** $(-3;2)$
2. Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont
   a. $\binom{3}{6}$ **b.** $\binom{-6}{3}$ **c.** $\binom{3}{-6}$
3. Les coordonnées de $\vec{u}$ sont
   a. $\binom{-6}{2}$ **b.** $\binom{2}{6}$ **c.** $\binom{-2}{-6}$
4. Le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \vec{u}$ a pour coordonnées
   a. $(-1;-9)$ **b.** $(-2;-6)$ **c.** $(3;3)$

6 Soit les points $A(5;-2)$, $B(-1;4)$ et $C(2;-2)$ et $D(20;31)$.
Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$.

7 On considère les points $A(-3;1)$, $B(2;2)$, $C(3;0)$ et $D(-2;-1)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
3. Montrer sans calcul que $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ puis vérifier par un calcul.

8 Soit les points $A(-2;-2)$, $B(2;1)$ et $C(1;-1)$ et $D(x;y)$ où x et y sont deux réels.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
2. À quelle condition sur ces vecteurs le quadrilatère $ABCD$ est-il un parallélogramme ? Comment cela se traduit sur x et y ?
3. En déduire les coordonnées de D telles que $ABCD$ soit un parallélogramme.

9 On considère les points $A(4;2)$, $B(-2;-1)$ et $C(-4;0)$.

1. Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. Déterminer les coordonnées de D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. Déterminer les coordonnées de E pour que $ABEC$ soit un parallélogramme.

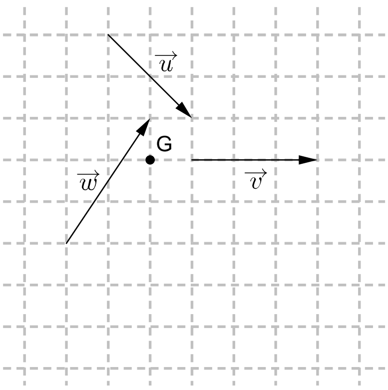
Somme de deux vecteurs

10 Écrire sous forme d'un seul vecteur les sommes de vecteurs suivantes, lorsque c'est possible.

a. $\overrightarrow{u_1}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}$ b. $\overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}$

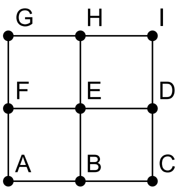
c. $\overrightarrow{u_3}=\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{FH}$ d. $\overrightarrow{u_4}=\overrightarrow{ST}+\overrightarrow{RS}+\overrightarrow{RT}$

11 Dans un repère, on considère le point G et les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.



1. Utiliser le quadrillage pour placer les points M, N, P et Q tels que
   a. $\overrightarrow{GM}=\vec{u}+\vec{v}$
   b. $\overrightarrow{GP}=\vec{u}-\vec{v}$
   c. $\overrightarrow{GN}=\vec{u}+\vec{v}-\vec{w}$
   d. $\overrightarrow{GQ}=\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}$
2. Montrer que $MNQP$ est un parallélogramme.

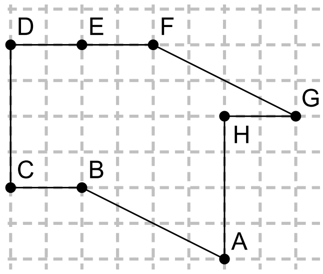
29 La figure ci-contre est constituée de quatre carrés.



1. Compléter les calculs suivants.
   a. $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{E\ldots}=\overrightarrow{\ldots}$
   b. $\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{D\ldots}=\overrightarrow{\ldots}$
   c. $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{DH}-\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{C\ldots}+\overrightarrow{\ldots}$ $=\overrightarrow{G\ldots}+\overrightarrow{\ldots}=\overrightarrow{\ldots}=\overrightarrow{\ldots}$
2. Écrire les vecteurs suivants sous forme d'un seul vecteur.
   a. $\overrightarrow{u_1}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{BG}$ b. $\overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{GB}$
   c. $\overrightarrow{u_3}=\overrightarrow{FH}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BA}$ d. $\overrightarrow{u_4}=\overrightarrow{FI}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{CA}$

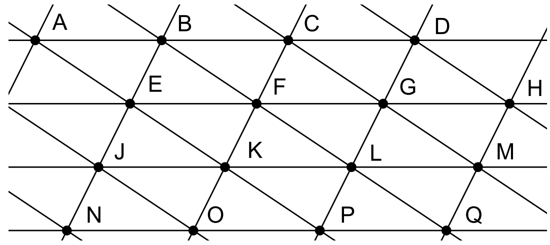
13 Répondre aux questions suivantes en utilisant que des lettres de la figure ci-dessous.

1. Citer tous les vecteurs égaux aux vecteurs suivants.
   a. $\overrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{FE}$



2. Compléter
   a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{FE}=\ldots$
   b. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\ldots$
   c. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DE}=\ldots$
   d. $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{GF}=\ldots$
   e. $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FB}=\ldots$

14 On considère la figure ci-dessous.



Écrire ces vecteurs sous forme d'un seul vecteur.

a. $\overrightarrow{u_1}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{MK}$ b. $\overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{QL}$

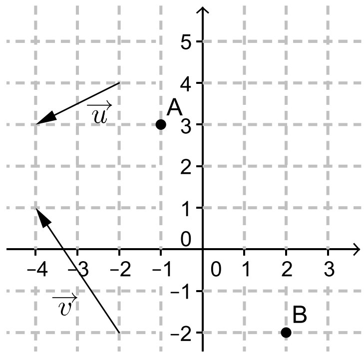
c. $\overrightarrow{u_3}=\overrightarrow{GL}+\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{FH}$ d. $\overrightarrow{u_4}=\overrightarrow{BQ}+\overrightarrow{BJ}-\overrightarrow{CM}$

e. $\overrightarrow{u_5}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{OC}$ f. $\overrightarrow{u_6}=\overrightarrow{ML}+\overrightarrow{KF}+\overrightarrow{KA}$

15 Vrai ou faux ? Justifier. Dans un repère on considère les vecteurs $\vec{u}\binom{-1}{2}$, $\vec{v}\binom{3}{2}$, $\vec{w}\binom{-5}{2}$, $\vec{t}\binom{5}{-2}$ et $\vec{z}\binom{2}{4}$.

a. $\vec{u}+\vec{v}=\vec{z}$ b. $\vec{u}+\vec{w}=\vec{t}$ c. $\vec{w}+\vec{t}=\vec{0}$

16 On considère la figure ci-dessous.



1. Lire les coordonnées de A, B, $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
2. Donner les coordonnées du vecteur $\vec{t}=\vec{u}+\vec{v}$.
3. Placer les points C et D tels que $\overrightarrow{BD}=\vec{t}$ et $\overrightarrow{CA}=\vec{t}$.
4. a. Donner les coordonnées de C et D.
   b. Retrouver ces coordonnées par un calcul.

17 Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I,J)$.

1. Placer les points $B(2;3)$, $U(3;0)$ et $T(-4;1)$.
2. Calculer les longueurs BU, BT et TU.
3. Démontrer que le triangle BUT est rectangle.
4. Soit R le point tel que $\overrightarrow{UB}=\overrightarrow{TR}$.
   a. Quelle est la nature du quadrilatère $BUTR$?
   b. Calculer les coordonnées du point R.

18 Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I,J)$.

1. Placer les points $A(2;4)$, $B(8;8)$, $C(10;5)$ et $D(4;1)$.
2. a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
   b. Calculer les longueurs AC et DB.
   c. Préciser la nature du quadrilatère $ABCD$.
3. On appelle K le point d'intersection des diagonales du quadrilatère $ABCD$. Déterminer les coordonnées de K.