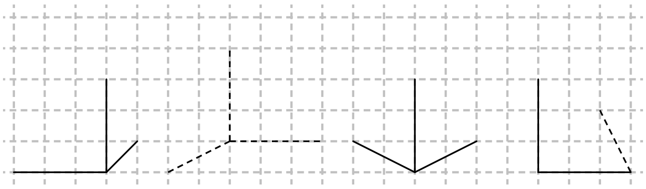
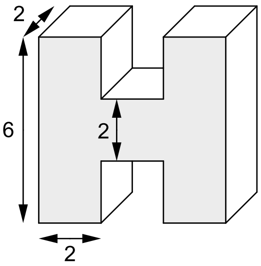
Géométrie dans l'espace – Exercices

Patrons et grandeurs

1 Compléter les représentations de cube ci-dessous en perspective cavalière.



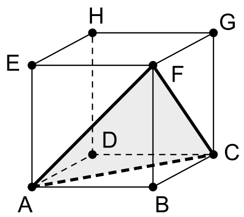
2 Hélène voudrait confectionner son initiale en carton suivant le modèle ci-contre.
Proposer un patron de cet objet.

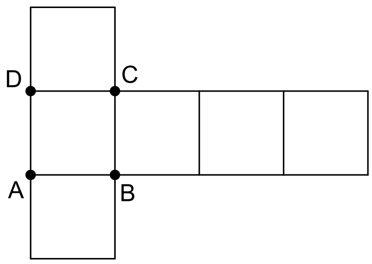


3 Combien de litres d'eau peut contenir un bassin parallélépipédique de dimension 10 m, 3 m et 4 m ?

4 Un récipient conique de rayon 10 cm et de hauteur 30 cm peut-il contenir 1 L ?

5 On a représenté un cube $ABCDEFGH$ d'arête 3 cm et un patron du cube sans respecter les dimensions.

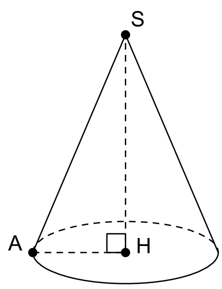




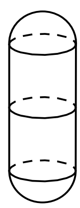
1. Tracer les côtés du triangle ACF sur le patron et donner la nature de ce triangle.
2. Construire un patron du tétraèdre $ABCF$.
3. Calculer le volume du tétraèdre $ABCF$.

6 En faisant tourner le triangle AHS, rectangle en H, autour de (SH), on obtient le cône de révolution représenté ci-contre, où $AS = 6$ cm et $\widehat{ASH} = 15°$.
Donner la valeur exacte puis une valeur approchée au dixième des éléments suivants :

a. le rayon du cercle de base ;
b. la hauteur du cône ;
c. le volume du cône.



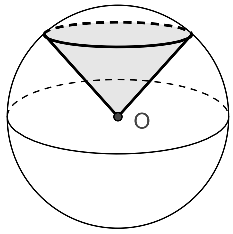
7 Une gélule est constituée d'un cylindre assemblé avec deux demi-sphères.



1. Une gélule de taille n°2 a pour longueur 17,2 mm et pour diamètre 5,85 mm.
   Calculer son volume puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} mm.
2. Exprimer le volume d'une gélule de longueur L et de diamètre D.
3. Une gélule de taille n°0 a pour volume 0,70 mL et pour diamètre 7,1 mm. Calculer sa longueur à 0,1 mm près.

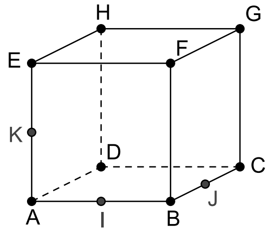
8 La boule représentée ci-contre a pour centre O et pour rayon 35 cm.

1. Calculer son volume et en donner une valeur arrondie au cm^3 près.
2. Calculer le rayon du cône gris de hauteur 28 cm et en déduire son volume au cm^3 près.



Position relative

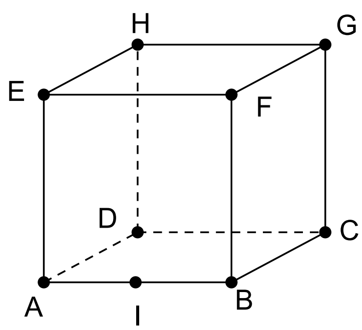
9 $ABCDEFGH$ est un cube et I, J, K sont les milieux respectifs des arêtes $[AB]$, $[BC]$ et $[AE]$.



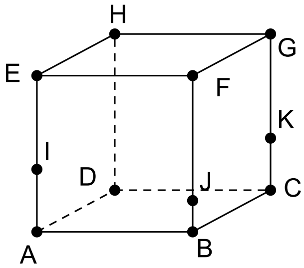
1. Citer sans justifier :
   a. deux droites sécantes ;
   b. deux droites parallèles ;
   c. deux droites ni sécantes, ni parallèles.
2. Préciser la position relative :
   a. des droites (FC) et (AF) ;
   b. des droites (CI) et (AE) ;
   c. des droites (EB) et (HC).
3. Préciser, en justifier, la position relative :
   a. de la droite (HK) et du plan (ABE) ;
   b. de la droite (AB) et du plan (HIJ) ;
   c. de la droite (IJ) et du plan (HGF) ;
   d. de la droite (CD) et du plan (HEA).
4. Préciser, en justifier, la position relative :
   a. des plans (AEF) et (AEG) ;
   b. des plans (BDC) et (EAH) ;
   c. des plans (DIF) et (DBH) ;
   d. des plans (DKH) et (FBJ) ;
   e. des plans (ADG) et (EBC).

10 On considère un cube $ABCDEFGH$ et I le milieu du segment $[AB]$. Construire sur cette figure :

a. l'intersection des plans (EHI) et (AFB) ;
b. l'intersection des plans (EHI) et (HDG) ;
c. l'intersection des plans (EHI) et (BDF) ;
d. l'intersection des plans (EHI) et (FBC).



11 La figure ci-dessous représente un cube $ABCDEFGH$. Les points I, J, K sont tels que
$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CG}$.



Partie I – Intersection de (IJK) et (ABC)

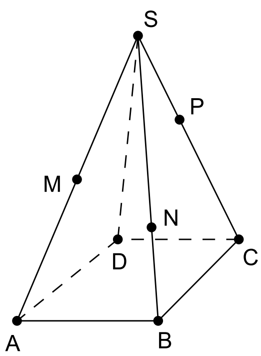
1. Quelle est la nature de l'intersection des plans (IJK) et (ABC) ?
2. Justifier que les droites (JK) et (BC) sont sécantes en un point L.
   En déduire l'intersection du plan (ABC) et de la droite (JK).
   La représenter précisément sur la figure.
3. Construire de même l'intersection M du plan (ABC) avec la droite (IJ).
4. En déduire l'intersection des plans (ABC) et (IJK). La représenter sur la figure.

Partie II – Intersection de (IJK) avec les faces du cube

1. Soit N l'intersection de (LM) avec (AD). Expliquer pourquoi ce point appartient à (IJK) et à la face (ADE).
2. Construire l'intersection des droites (NI) et (HD).
3. Terminer la construction de plan (IJK) avec les faces du cube.

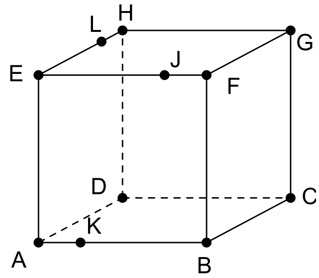
12 On considère la pyramide $SABCD$ ci-dessous. Compléter la figure au fur et à mesure.

1. Déterminer le point d'intersection U de la droite (NP) et du plan (ABC).
2. Déterminer le point d'intersection V de la droite (MN) et du plan (ABC).
3. En déduire l'intersection des plans (MNP) et (ABC).
4. Déterminer le point d'intersection W de la droite (DC) et du plan (MNP).
5. En déduire l'intersection du plan (MNP) et de la face (SDC).
6. Déterminer la section de la pyramide $SABCD$ par le plan (MNP).

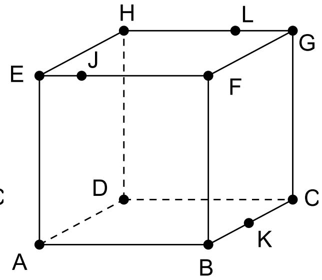


13 Construire les sections des cubes et tétraèdres suivants. Pour les trois cubes, le plan de section est (JKL).

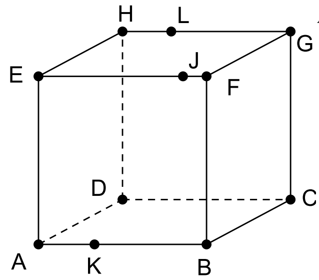
a.



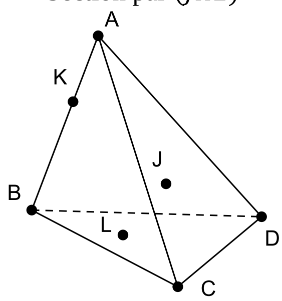
b.



c.



d. $K \in [AB]$, $J \in (ABD)$ et $L \in (BCD)$.
Section par (JKL)



14 **(section d'un cube, cas général)**
Soit $ABCDEFGH$ un cube ainsi que trois points M, N, P tels que $M \in [AB]$, $N \in [EH]$ et $P \in [GC]$.

1. Placer un point I sur (FG) puis construire les points $J = (IP) \cap (BF)$ et $K = (IN) \cap (EF)$.
2. Construire le point $L = (JK) \cap (NP)$ et justifier que ce point appartient à l'intersection du plan de coupe (MNP) ainsi qu'à la face (ABE).
3. Terminer la construction de la section.