

Probabilités conditionnelles – Exercices

Probabilités conditionnelles

1 On choisit un jour de l'année. On considère les événements :

- P : « le jour choisi a été pluvieux » ;
- V : « le jour choisi a été venté »

Pour chacune des informations suivantes, indiquer si elle correspond ou non à une probabilité conditionnelle et donner la notation correspondante.

1. Dans l'année, 40 % des jours sont pluvieux.
2. 66 % des jours pluvieux sont ventés.
3. Parmi les jours non ventés, 22 % sont pluvieux.
4. 49 % des jours dans l'année n'ont été ni ventés ni pluvieux.

2 Dans une population, on choisit au hasard une personne et on considère les événements suivants :

- F : « la personne choisie est une femme » ;
- H : « la personne choisie est un homme » ;
- R : « la personne choisie est retraitée ».

Traduire chacune des informations suivantes par une probabilité conditionnelle.

1. Parmi les femmes, 25 % sont retraitées.
2. Un tiers des hommes sont retraités.
3. Chez les personnes retraitées, 45 % sont des femmes.
4. Lorsqu'on interroge un homme, la probabilité pour que ce ne soit pas un retraité est 67 %.
5. Parmi les personnes non retraitées, 55 % sont des femmes.

3 Pour ses révisions, un élève utilise des annales de mathématiques. Dans ces annales, 10 % des exercices sont des QCM, 22 % des exercices ont des questions sur les probabilités et 4 % sont des QCM qui ont des questions sur les probabilités. On définit les événements suivants :

- Q : « l'exercice choisi est un QCM » ;
- R : « l'exercice choisi a des questions sur les probabilités ».

1. Donner $P(Q)$, $P(R)$ et $P(Q \cap R)$.
2. Calculer $P_Q(R)$ et $P_R(Q)$ et préciser par une phrase à quoi correspond chacune de ces probabilités.

Arbres pondérés

4 Un site de vente par correspondance propose 2400 jeux vidéos dont 1296 sont des jeux pour console, le reste étant des jeux pour ordinateur.

Un tiers des jeux pour console sont des jeux d'action et 25 % des jeux pour ordinateur sont des jeux d'action. On choisit au hasard un jeu proposé par le site. On définit les événements

- C : « le jeu est pour console » ;
- O : « le jeu est pour ordinateur » ;
- A : « le jeu est un jeu d'action ».

1. En utilisant les informations de l'énoncé, déterminer la valeur de $P(C)$, $P(O)$, $P_O(A)$ et $P_C(A)$.
2. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré et placer sur cet arbre chacune des probabilités déterminées à la question 1.
3. Calculer $P_O(\bar{A})$ et $P_C(\bar{A})$ et compléter l'arbre pondéré.

5 Un chalutier se rend sur sa zone de pêche. La probabilité qu'un banc de poissons soit sur cette zone est 0,7. Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence d'un banc de poissons. Si un banc est présent, le sonar indique la présence du banc dans 80 % des cas. S'il n'y a pas de banc de poissons dans la zone de pêche, le sonar indique néanmoins la présence d'un banc dans 5 % des cas. On définit les événements suivants :

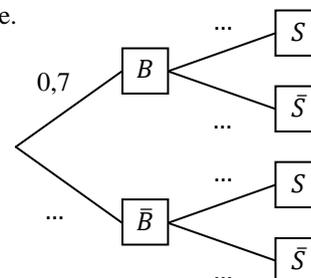
- B : « il y a un banc de poissons sur la zone » ;
- S : « le sonar indique l'existence d'un banc ».

1. Compléter l'arbre ci-contre.

2. Déterminer la probabilité qu'il y ait un banc de poissons et qu'il soit détecté par le sonar.

3. Calculer la probabilité qu'il n'y ait pas de banc de poisson mais que le sonar en détecte un.

4. Le sonar détecte un banc. Quelle est la probabilité qu'il se trompe ?



Sujets de bac

6 (2011, Polynésie). En 2009, l'étude de la fréquentation d'un site P2P (pair-à-pair) québécois donne les résultats suivants :

Nationalité \ Âge	Québécois	Non québécois
Compris entre 20 et 29 ans	25 667	75 907
Inférieur à 19 ans ou supérieur à 30 ans	36 032	97 268

On choisit au hasard un utilisateur répertorié sur le site P2P. On note Q et A les événements suivants :

- Q : « l'utilisateur est québécois »
- A : « l'âge de l'utilisateur est compris entre 20 et 29 ans »

Les résultats des questions suivantes seront donnés à 10^{-2} près.

1. Calculer la probabilité de l'évènement Q .
2. Calculer la probabilité de l'évènement $A \cap Q$.
3. Calculer la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement Q est réalisé.
4. L'âge de l'utilisateur choisi n'est pas compris entre 20 et 29 ans. Quelle est la probabilité qu'il soit québécois ?

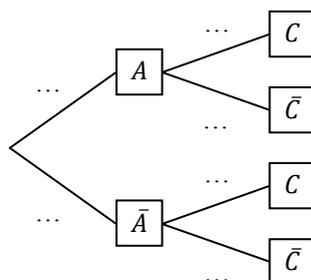
7 (2012, Métropole). Le cuisinier d'une colonie de vacances a confectionné des beignets pour le goûter :

- 30 % des beignets sont à l'ananas, les autres sont aux pommes ;
- 35 % des beignets à l'ananas sont aromatisés à la cannelle, ainsi que 45 % des beignets aux pommes.

On choisit un beignet au hasard. On admet que chaque beignet a la même probabilité d'être choisi.

On définit les événements suivants :

- A : « le beignet choisi est à l'ananas » ;
- C : « le beignet choisi est aromatisé à la cannelle ».



On demande les valeurs exactes des probabilités, qui seront données sous forme décimale.

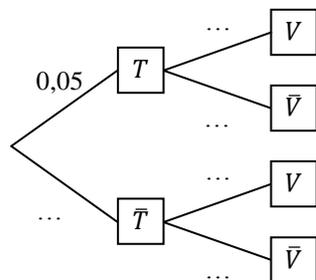
- Donner, à partir des informations de l'énoncé, la probabilité $p_A(C)$ de l'évènement C sachant que l'évènement A est réalisé.
- Compléter l'arbre de probabilités ci-dessus.
- Définir par une phrase l'évènement $A \cap C$.
 - Calculer la probabilité de l'évènement $A \cap C$.
- Montrer que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,42.
- Calculer la probabilité que le beignet soit à l'ananas, sachant qu'il est aromatisé à la cannelle.

8 (2014, métropole). Albert est un marin participant à une course à la voile en solitaire. Son bateau est très rapide, mais fragile en cas de tempête. Les prévisions météo permettent d'estimer que, durant la course, la probabilité qu'une tempête survienne est égale à 0,05.

En cas de tempête, on estime que la probabilité qu'Albert soit vainqueur de la course est de 0,02. En revanche, si aucune tempête ne survient, la probabilité de victoire d'Albert est de 0,8.

On considère les évènements :

- T : « Une tempête survient pendant la course » ;
- V : « Albert est vainqueur de la course ».



- En utilisant les données de l'énoncé, reproduire et compléter l'arbre ci-contre.
- Quelle est la probabilité de l'évènement : « Une tempête survient et Albert est vainqueur de la course » ?
- Montrer que la probabilité qu'Albert remporte la course est égale à 0,761.
- Calculer la probabilité qu'une tempête soit survenue sachant qu'Albert a gagné la course.

On donnera le résultat arrondi à 10^{-4} .

9 (2014, Antilles-Guyane). QCM.

Une agence de voyage, propose un itinéraire touristique pour lequel chaque voyageur effectue un aller-retour en utilisant soit le train, soit le bus. Le choix du mode de transport peut changer entre l'aller et le retour.

À l'aller, le train est choisi dans 70 % des cas.

Lorsque le train a été choisi à l'aller, il l'est également pour le retour 9 fois sur 10.

Lorsque le bus a été choisi à l'aller le train est préféré pour le retour dans 80 % des cas.

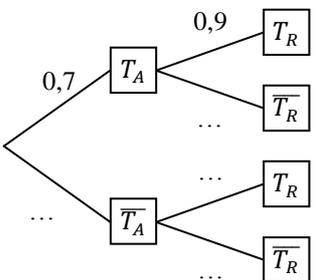
On interroge au hasard un voyageur.

On considère les évènements :

- T_A : « Le voyageur choisit de faire l'aller en train » ;
- T_R : « Le voyageur choisit de faire le retour en train ».

Pour répondre aux questions posées, on pourra compléter l'arbre ci-contre et s'en aider.

- La probabilité que le voyageur fasse le retour en bus sachant qu'il a fait l'aller en train est égale à :

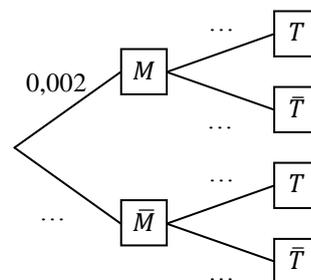


- 0,07
- 0,13
- 0,1
- 0,2

- La probabilité que le voyageur fasse l'aller-retour en train est égale à :
 - 0,63
 - 1,6
 - 0,9
 - 0,8
- La probabilité que le voyageur utilise le bus pour le retour est égale à :
 - 0,07
 - 0,13
 - 0,1
 - 0,2
- La probabilité que le voyageur utilise les deux moyens de transport proposés est égale à :
 - 0,63
 - 0,06
 - 0,69
 - 0,31

10 (2012, Polynésie). Une maladie touche 0,2 % d'une population. Un laboratoire propose un test afin de dépister cette maladie. Des expériences ont montré les résultats suivants :

- lorsqu'un individu est atteint par la maladie, le test est positif dans 95 % des cas ;
- lorsqu'un individu est sain, le test est positif dans 2 % des cas (on parle alors de « faux positifs »).



On choisit un individu au hasard dans la population et on considère les évènements suivants :

- M : « l'individu est atteint par la maladie » ;
- T : « le test est positif ».

- Quelle est la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu n'est pas malade ?
- Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessus.
- Calculer la probabilité de l'évènement « l'individu est atteint par la maladie et le test est positif » noté $M \cap T$.
- Justifier que la probabilité de l'évènement T est environ égale à 0,0219.
- Calculer la probabilité que l'individu soit malade, sachant que le test est positif.
- Que pensez-vous de la fiabilité de ce test ?

11 (2014, Nouvelle-Calédonie). On s'intéresse au contrôle technique des véhicules de marques A et B.

En 2013, sur 571870 véhicules contrôlés, 266430 sont de marque A et 305440 de marque B. Pour ces véhicules, soit le contrôle technique est conforme soit il est non conforme. Pour 8 % des véhicules de marque A, le contrôle technique est non conforme.

Pour 6 % des véhicules de marque B, le contrôle technique est non conforme.

Pour chacun des véhicules contrôlés, une fiche a été établie.

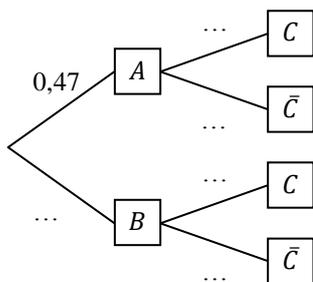
On choisit une de ces fiches au hasard et on note :

- A l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque A » ;
- B l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque B » ;
- C l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme » ;
- \bar{C} l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique non conforme ».

On arrondira tous les résultats à 10^{-2} près.

- Montrer que la probabilité de l'évènement A , notée $p(A)$, arrondie à 10^{-2} près, vaut 0,47.
 - Donner la probabilité $p_A(\bar{C})$, de l'évènement \bar{C} sachant que l'évènement A est réalisé.

2. Compléter l'arbre de probabilité suivant :



3. a. Décrire par une phrase l'évènement $C \cap A$.
b. Calculer la probabilité $p(C \cap A)$.
4. Justifier que la probabilité de l'évènement C , arrondie à 10^{-2} près, est égale à 0,93.
5. La fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme, quelle est la probabilité que ce véhicule soit de la marque A ?

12 (2011, Pondichéry). QCM.

Suite à l'envoi de bons de réduction par internet, le service marketing d'un magasin de prêt-à-porter effectue une enquête sur les clients du magasin.

Cette enquête a montré que :

- 40 % des clients possédaient un bon de réduction ;
- 80 % des clients munis d'un bon de réduction ont acheté un vêtement ;
- 30 % des clients ne possédant pas de bon de réduction ont acheté un vêtement.

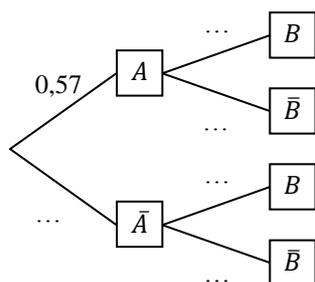
On interroge au hasard un client sortant du magasin. On appelle p la probabilité associée à cette expérience aléatoire. On considère les évènements suivants :

- R : « Le client avait un bon de réduction » ;
- V : « Le client a acheté un vêtement ».

1. La probabilité de l'évènement « R et V », noté $R \cap V$, est égale à :
a. 0,76 b. 0,95 c. 0,03 d. 0,24
2. La probabilité de l'évènement V est égale à :
a. 0,18 b. 1,1 c. 0,05 d. 0,5
3. Sachant que le client n'avait pas de bon de réduction, la probabilité qu'il n'ait pas acheté de vêtement est égale à :
a. 0,42 b. 0,7 c. 0,6 d. 0,9
4. Sachant que le client interrogé au hasard a acheté un vêtement, la probabilité qu'il ait eu un bon de réduction est égale à :
a. $\frac{p(V \cap R)}{p(V)}$ b. $p(V) \times p(R)$
c. $p_R(V)$ d. $p(V) \times p_V(R)$

13 (2013, métropole).

Selon un sondage réalisé sur un échantillon de personnes en France, 57 % des personnes interrogées sont parties en vacances en 2010, mais 17 % de ces personnes n'ont pas pu repartir en 2011. On choisit au hasard une personne dans cet échantillon.



On note A l'évènement « la personne interrogée est partie en vacances en 2010 ».

On note B l'évènement « la personne interrogée est partie en vacances en 2011 ».

1. Donner à partir de l'énoncé la probabilité $P(A)$ de l'évènement A , puis la probabilité $P_A(\bar{B})$ de l'évènement \bar{B} , sachant que l'évènement A est réalisé.
2. Reproduire l'arbre illustrant les données et le compléter au fur et à mesure de l'exercice.
3. Calculer la probabilité que la personne interrogée soit partie en vacances en 2010 et qu'elle n'ait pas pu repartir en 2011.
4. 18 % des personnes n'ayant pas pu partir en 2010 sont parties en vacances en 2011. Exprimer par une phrase l'évènement $A \cap B$ et calculer sa probabilité.

14 (2012, Pondichéry). QCM.

En avril 2011, on estime que la proportion de courrier indésirable, ou spams, sur la boîte de messagerie électronique d'un particulier est de 76 %. Le logiciel StopoSpam supprime 95 % des messages indésirables mais aussi 3 % des messages acceptés (c'est-à-dire « non indésirables »).

On pourra s'aider d'un arbre de probabilité pour répondre aux questions suivantes.

1. La probabilité qu'un message pris au hasard soit accepté est égale à :
a. 0,76 b. 0,95 c. 0,03 d. 0,24
2. La probabilité qu'un message pris au hasard soit accepté et supprimé est égale à :
a. 0,03 b. 0,0072 c. 0,2328 d. 0,1824
3. La probabilité qu'un message pris au hasard soit supprimé est égale à :
a. 0,7292 b. 0,19 c. 0,98 d. 0,722
4. La probabilité qu'un message pris au hasard soit indésirable sachant qu'il est supprimé est, égale à 0,01 près à :
a. 0,95 b. 0,722 c. 0,99 d. 0,19

15 (2012, Nouvelle-Calédonie). La puissance électrique maximale consommée en France en hiver dépend en partie des conditions climatiques. Si la demande est trop forte, la France doit importer une partie de son énergie électrique. On considère comme aléatoire la température minimale d'un hiver.

On note E l'évènement « l'hiver a été rude » et I l'évènement « la France doit importer une partie de son énergie électrique ».

On considère que $P(E) = 0,1$.

Si l'hiver est rude, la probabilité que la France importe une partie de son énergie électrique est de 0,80.

Si l'hiver n'est pas rude, la probabilité que la France importe une partie de son énergie électrique est de 0,60.

1. Traduire les données de l'énoncé par un arbre de probabilités ou un tableau.
2. Calculer la probabilité que l'hiver soit rude et que la France importe une partie de son énergie électrique.
3. Démontrer que $P(I) = 0,62$.
4. On choisit au hasard un hiver durant lequel la France a importé une partie de son énergie électrique. Quelle est la probabilité que cet hiver ait été rude ? On donnera la valeur arrondie au centième.

16 (2013, Antilles-Guyane). Une boîte de biscuits contient 80 biscuits d'aspect identique.

On sait que, dans cette boîte :

- 40 biscuits sont à la vanille, 24 biscuits sont à l'orange et les biscuits restants sont à la noix de coco ;
- 60% des biscuits à la vanille contiennent des pépites de chocolat ;
- 25% des biscuits à l'orange contiennent des pépites de chocolat ;
- aucun biscuit à la noix de coco ne contient de pépites de chocolat.

La boîte étant pleine, on choisit au hasard un biscuit dans la boîte. On admet que chaque biscuit a la même probabilité d'être choisi.

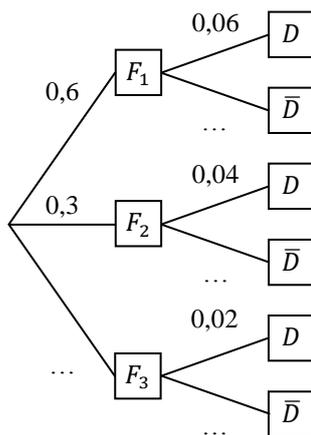
On définit les évènements suivants :

- V : « le biscuit choisi est un biscuit à la vanille » ;
- O : « le biscuit choisi est un biscuit à l'orange » ;
- N : « le biscuit choisi est un biscuit à la noix de coco » ;
- C : « le biscuit choisi contient des pépites de chocolat ».

Pour tout évènement A , on note $p(A)$ la probabilité que l'évènement A soit réalisé.

Dans les questions suivantes, les probabilités seront données sous forme décimale.

1. Justifier que la probabilité que l'on choisisse un biscuit à la noix de coco est égale à 0,2.
2. Compléter l'arbre pondéré représentant la situation ci-dessous.



3. Définir par une phrase l'évènement $V \cap C$ et calculer sa probabilité.
4. Montrer que : $p(C) = 0,375$.
5. On a choisi un biscuit contenant des pépites de chocolat. Quelle est la probabilité que ce soit un biscuit à la vanille?

17 (2011, Guyane-Antilles, ES). Dans un magasin spécialisé en électroménager et multimédia, le responsable du rayon informatique fait le bilan sur les ventes d'ordinateurs portables, de tablettes, et d'ordinateurs fixes. Pour ces trois types de produit, le rayon informatique propose une extension de garantie.

Le responsable constate que 28 % des acheteurs ont opté pour une tablette, et 48 % pour un ordinateur portable.

Dans cet exercice, on suppose que chaque acheteur achète un unique produit entre tablette, ordinateur portable, ordinateur fixe, et qu'il peut souscrire ou non une extension de garantie.

Parmi les acheteurs ayant acquis une tablette, 5 % ont souscrit une extension de garantie et, parmi ceux ayant acquis

un ordinateur fixe, 12,5 % ont souscrit une extension de garantie.

On choisit au hasard un de ces acheteurs.

On note :

- T l'évènement « l'acheteur a choisi une tablette » ;
- M l'évènement « l'acheteur a choisi un ordinateur portable » ;
- F l'évènement « l'acheteur a choisi un ordinateur fixe » ;
- G l'évènement « l'acheteur a souscrit une extension de garantie ».

On note aussi \bar{F} , \bar{M} , \bar{T} , \bar{G} les évènements contraires.

1. Construire un arbre pondéré en indiquant les données de l'énoncé.
2. Calculer $P(F)$, puis $P(F \cap G)$.
3. On sait de plus que 12 % des acheteurs ont choisi un ordinateur portable avec une extension de garantie. Déterminer la probabilité qu'un acheteur ayant acquis un ordinateur portable souscrive une extension de garantie.
4. Montrer que $P(G) = 0,164$.
5. Pour tous les appareils, l'extension de garantie est d'un montant de 50 euros. Quelle recette complémentaire peut espérer le responsable du rayon lorsque 1000 appareils seront vendus ?

18 (2015, Guyane-Antilles, ES). Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.

L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.

Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.

On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

- S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.
- T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} .

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que $P(T) = 0,59$.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif. Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement.

Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les 4 élèves interrogés.

Le nombre d'élèves de l'établissement est suffisamment grand pour que l'on considère que X suit une loi binomiale.

- a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
- b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne pratique le tri sélectif.
- c. Calculer la probabilité qu'au moins deux des quatre élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.